

# 基于 Chan-Vese 模型的目标多层次分割算法

郑 罡 王惠南 李远禄 汤 敏

(南京航空航天大学自动化学院, 南京 210016)

**摘 要** 由于单一水平集只能通过其符号表达目标和背景两个区域,因此采用单水平集的 Chan 和 Vese(C-V)模型无法分割出目标内部的子目标。为此,提出了基于 C-V 模型的目标多层次算法。首先给出了目标多层次分割策略;然后,提出了实现本策略的关键技术——背景填充技术,并从其视觉原理、技术实现和理论证明 3 个方面详细进行了论述;最后,将该技术与 C-V 模型相结合,提出了目标多层次分割算法;实验结果表明,本文算法能够实现目标多层次分割,并对目标内部含有弱目标的图像特别有效。

**关键词** C-V 模型 水平集 目标多层次分割 背景填充技术

**中图分类号:** TP391.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2006)06-0804-07

## An Algorithm for Multi-layer Object Segmentation Based on Chan-Vese Model

ZHENG Gang, WANG Hui-nan, LI Yuan-lu, TANG Min

(College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016)

**Abstract** The model proposed by Chan and Vese using one level set function is not able to obtain sub-objects in the object because one level set can only represent one object and one background via its sign. To solve the problem, an algorithm for multi-layer object segmentation based on Chan-Vese (C-V) model is proposed. Firstly, an idea for multi-layer object segmentation is proposed after the analysis of the C-V model. Secondly, a key technique, named as the technique of painting background, is developed and proved following the theory of the simultaneous brightness contrast. Thirdly, the proposed algorithm is presented using the proposed technique and the C-V model. Finally, experimental results show that the proposed algorithm is especially effective for the detection of the sub-objects with weak boundaries in the object.

**Keywords** C-V model, level set, multi-layer object segmentation, technique of painting background

## 1 引 言

水平集方法(level set method)<sup>[1]</sup>是由 Osher 和 Sethian 在研究曲线演化过程中提出的。该方法能够隐含表达轮廓曲线,具有自动处理角点、拐点和拓扑结构变化等优点。Caselles 等人将水平集方法引入图像分割领域,成功地解决了参数化曲线无法裂变和合并的问题<sup>[2]</sup>。近年来,基于水平集的图像分割模型<sup>[3-5]</sup>成为研究热点。其中具有代表性的算法

是 Chan 和 Vese 提出的基于 Mumford-Shah 模型<sup>[6]</sup>和水平集的无边主动轮廓模型<sup>[3]</sup>(active contour model without edges)。但由于水平集方法中采用的水平集函数(如图 1)只能通过其符号表示出两个相位,所以采用单一水平集的 C-V 模型只能将图像分为目标和背景两个区域。如果对目标内部的子目标感兴趣时,那么 C-V 模型将无法表示。

为了解决子目标分割问题,本文在分析了 C-V 模型基础上,结合 C-V 方法提出了目标多层次分割算法,其策略是通过改变图像背景,使得水平集在新

收稿日期:2005-05-31; 改回日期:2005-07-28

第一作者简介:郑罡(1980~),男,2002年毕业于南京航空航天大学测试工程系获学士学位。现为南京航空航天大学精密仪器及机械专业博士研究生。研究方向为分数阶微积分、偏微分方程图像处理。E-mail: zg431193@yahoo.com.cn

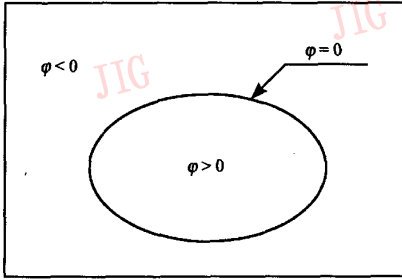


图1 水平集函数  $\varphi$  示意图  
Fig.1 The level set function

图像上重新收敛, 其核心技术是根据同时明度对比<sup>[7]</sup> (simultaneous brightness contrast) 提出的背景填充技术。

## 2 C-V 模型及目标多层次分割策略

C-V 模型<sup>[3]</sup> 是 Mumford-Shah 模型<sup>[6]</sup> 的一个简化形式。为了分析方便, 首先做如下定义和说明。设  $\varphi: \Omega \rightarrow \mathbf{R}, \Omega \subset \mathbf{R}^2$  为 Lipschitz 连续的水平集函数, 轮廓曲线  $C \subset \Omega$  可以通过如下定义隐含表示:

$$\begin{cases} C = \{(x, y) | (x, y) \in \Omega, \varphi(x, y) = 0\} \\ \text{inside}(C) = \{(x, y) | (x, y) \in \Omega, \varphi(x, y) > 0\} \\ \text{outside}(C) = \{(x, y) | (x, y) \in \Omega, \varphi(x, y) < 0\} \end{cases} \quad (1)$$

令  $u: \Omega \rightarrow \mathbf{R}, \Omega \subset \mathbf{R}^2$  表示一个灰度图像。设  $u_o: \omega_o \rightarrow \mathbf{R}, \omega_o \subset (\text{inside}(C) \cup C)$  和  $u_b: \omega_b \rightarrow \mathbf{R}, \omega_b \subset \text{outside}(C)$  分别表示图像的目标和背景。

C-V 模型的能量函数可以表示为

$$\begin{aligned} F(c_o, c_b, C) = & \mu \text{Length}(C) + \nu \text{Area}(\omega_o) + \\ & \lambda_1 \int_{\omega_o} |u(x, y) - c_o|^2 dx dy + \\ & \lambda_2 \int_{\omega_b} |u(x, y) - c_b|^2 dx dy \end{aligned} \quad (2)$$

其中,  $\mu \geq 0, \nu \geq 0, \lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0$  为修正系数,  $c_o, c_b$  分别表示目标和背景的平均灰度。Length(C)、Area( $\omega_o$ ) 分别表示轮廓曲线的周长和所围面积。

采用 Heaviside 函数  $H$  及 Dirac delta 函数  $\delta$ :

$$H(z) = \begin{cases} 1 & \text{如果 } z \geq 0 \\ 0 & \text{如果 } z < 0 \end{cases}, \delta = \frac{d}{dz} H(z) \quad (3)$$

能量函数式(2)可以改写为

$$\begin{aligned} F(c_o, c_b, \varphi) = & \mu \int_{\Omega} |\nabla H(\varphi(x, y))| dx dy + \\ & \nu \int_{\Omega} H(\varphi(x, y)) dx dy + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \lambda_1 \int_{\Omega} |u(x, y) - c_o|^2 H(\varphi(x, y)) dx dy + \\ & \lambda_2 \int_{\Omega} |u(x, y) - c_b|^2 (1 - H(\varphi(x, y))) dx dy \end{aligned} \quad (4)$$

式中,  $c_o, c_b$  可以表示为

$$c_o(\varphi) = \frac{\int_{\Omega} u(x, y) H(\varphi(x, y)) dx dy}{\int_{\Omega} H(\varphi(x, y)) dx dy} \quad (5)$$

$$c_b(\varphi) = \frac{\int_{\Omega} u(x, y) (1 - H(\varphi(x, y))) dx dy}{\int_{\Omega} (1 - H(\varphi(x, y))) dx dy} \quad (6)$$

对能量函数式(4)求一阶变分, 可以导出如下 Euler-Lagrange 方程(详细内容见文献[3]):

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \delta(\varphi) \left[ \mu \text{div} \left( \frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|} \right) - \nu - \lambda_1 (u - c_o)^2 + \lambda_2 (u - c_b)^2 \right] \quad (7)$$

解方程式(7)求得  $\varphi$ , 就可以得到图像的目标和背景:

$$\begin{cases} u_o = u \cdot H(\varphi) \\ u_b = u \cdot (1 - H(\varphi)) \end{cases} \quad (8)$$

分析式(7)、(8)可知, C-V 模型属于单水平集二相流(two phase flow)分割模型。C-V 模型分割可以看作目标的第1层次分割, 如果对目标内部的子目标感兴趣时, 那么就需要对目标进行更多层次的分割。

本文的目标多层次分割策略是, 针对目标再次进行二相分割, 且第2次收敛到的新目标仅位于原目标内部, 其示意图如图2所示。

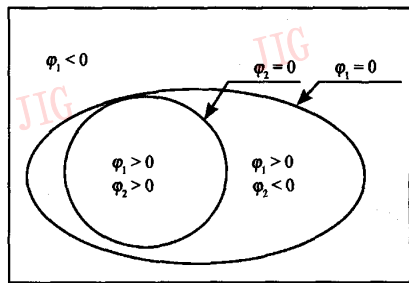


图2 本文多目标分割策略示意图

Fig.2 The proposed multi-layer object segmentation method

与此同时, 该策略带来了如下两个问题:

(1) 基于什么原理, 采用何种方法使得轮廓曲线越过原目标轮廓?

(2) 如何保证得到的新目标仅位于原目标的内部?

### 3 背景填充技术

针对上面两个问题,提出实现目标多层次分割的关键技术——背景填充技术。

背景填充技术原理来自于人类视觉研究。Heinemann 关于同时明度对比的研究表明<sup>[7]</sup>:人类对目标的识别不仅依赖于目标本身的自显著 (self saliency) 特征,而且取决于目标与背景间的互显著 (relative saliency) 特征。也就是说,目标与背景的特征差别越大,就越容易识别。当背景与目标间差别变小时,目标本身虽然会变得难以识别,但是处于目标内部的子目标将会更加容易识别。根据这个原理,提出以平均灰度为显著特征的视觉假设。

**假设 1 (子目标显著假设)** 当目标与背景具有相同的平均灰度时,目标与背景的差异最小,目标内部的子目标最为显著。

根据假设 1,背景填充技术可以分为以下 3 个基本步骤实现:

(1) 在第 1 次 C-V 分割后,用目标的平均灰度代替背景的每个像素灰度值,使得目标与新背景间具有相同的平均灰度。原目标与填充后的背景构成一个新图像  $u'$ 。

但这个步骤不仅会减小灰度动态范围,而且会导致一个病态情况的产生。假定  $\mu = 0, v = 0, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda > 0$ 。方程式(7)可以改写为

$$\begin{aligned} \varphi_t &= \lambda \delta(\varphi) (u - c_b - u + c_o) (u - c_o + u - c_b) \\ &= 2\lambda \delta(\varphi) (c_o - c_b) \left( u - \frac{c_o + c_b}{2} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

背景用目标的平均灰度代替后,会使得  $c_b = c_o$ ,则式(9)右边项等于 0,  $\varphi_t \equiv 0$  将导致曲线停留在初始轮廓上。当曲率项系数  $\mu > 0$ ,且  $\mu \rightarrow 0$  时,虽然曲线能够在曲率项作用下移出初始轮廓,但是这通常是一个缓慢的过程。因此,需要避免  $c_b = c_o$ 。

(2) (可选) 对背景填充后的新图像  $u'$  进行拉伸,如下式所示:

$$u'' = \frac{\text{Scale}(u' - \min(u'))}{\max(u') - \min(u')} \quad (10)$$

其中,  $\min(u')$  和  $\max(u')$  为分别为新图像的最小灰度和最大灰度;  $u''$  为拉伸后的图像;  $\text{Scale}$  为拉伸系数,通常取 255。这个步骤可以解决第 1 步带来的灰度动态范围变小问题,同时可以增强子目标的边缘。

(3) 重新选取一个初始水平集函数,使得  $c_o \neq c_b$ 。这个步骤可以解决第 1 步带来的病态情况,为二次 C-V 分割做准备。

经过上面 3 个步骤后,再次对图像  $u''$  进行二相分割,轮廓曲线将在新的图像上收缩到新的目标,并且可以证明这个新目标必定是在原目标内部。

**假设 2** 原始图像进行第 1 次 C-V 分割后,水平集函数  $\varphi_1$  的零水平集将图像分为目标和背景两部分,它们的平均灰度分别为  $c_o, c_b$ 。由于通常  $c_o \neq c_b$ ,所以可以假设  $c_o > c_b$ 。

**假设 3** 采用背景填充技术对第 1 次 C-V 分割后的背景进行填充(为了方便证明,这里暂时不选用背景填充技术的第 2 个步骤),可以得到新图像  $u'$ 。当新水平集函数  $\varphi_2$  收敛平稳后,新目标与新背景的平均灰度分别为  $c'_o, c'_b$ 。类似地,可以假设  $c'_o > c'_b$ 。

**定理 1** 第 2 次分割后得到的新目标平均灰度  $c'_o$  与第 1 次分割后的目标平均灰度  $c_o$  之间,满足  $c'_o > c_o$ 。

**证明** 因为  $u'$  填充后的背景与原目标的平均灰度都等于  $c_o$ ,所以  $u'$  整体平均灰度也为  $c_o$ 。又因为  $u'$  新目标与新背景的平均灰度满足  $c'_o > c'_b$ ,所以新目标的平均灰度必大于  $u'$  的平均灰度。因此,  $c'_o$  与  $c_o$  之间满足  $c'_o > c_o$ 。证毕。

**推论 1** 第 2 次分割后得到的新目标与第 1 次分割后得到的原目标不同,且新目标在原目标内部。

**证明** 假设新目标与原目标相同,那么它们必定具有相同的平均灰度。这与定理 1 的  $c'_o > c_o$  矛盾,所以新目标与原目标不同。因为  $u'(1 - H(\varphi_1)) = c_o$ ,即填充后的背景均一。又因为在曲率项的作用下,零水平集曲线在均一图像上将收敛为一点<sup>[8]</sup>,所以轮廓曲线不会在填充后的背景上探测到新的边缘。因此,新目标必定在原目标的内部。证毕。

### 4 目标多层次分割算法

本文的目标多层次分割算法主要由两个部分组成:其一是上述的背景填充技术,其二是 C-V 模型。本文算法的一个通用  $n$  层次目标分割流程,如图 3 所示。从图 3 可知,完成一个  $n$  层次分割需要进行  $n$  次二相分割和  $n-1$  次背景填充。(注意这里只针对目标进行分割,如果对背景感兴趣时,处理方式与目标类似。)

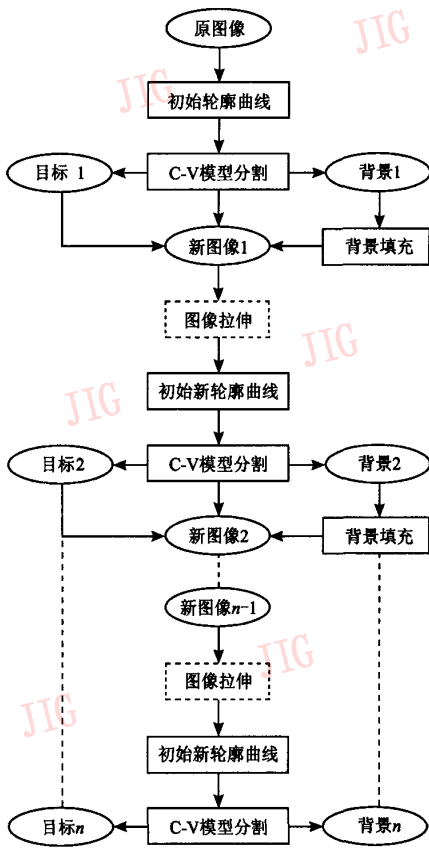


图3 目标 n 层次分割流程

Fig. 3 The framework of the segmentation for n layer objects

### 5 实验结果

对合成图像和实际图像进行目标多层次分割实验。实验平台是 IBM ThinkPad T4072U, RAM 256M, 采用 Matlab 编程实现。参数选取如下:  $\mu = 0.001 \times 255^2, v = 0, \lambda_1 = \lambda_2 = 1$ , 时间步长  $\Delta t = 0.2$ , 空间步长  $h = 1$ 。

图4所示为对一个具有3个灰度等级的合成图像(大小  $200 \times 200$ , 图4(a))进行分割的过程。图中第1行为第1次 C-V 分割的过程, 其中图4(b)中的初始轮廓曲线为

$$\varphi_0(x, y) = 50^2 - \sqrt{(x - 130)^2 + (y - 125)^2} \quad (11)$$

轮廓曲线收敛平稳后, 可以得到目标1(图4(g))和背景1(图4(f))。图4中第2行描述背景填充过程。在背景填充技术中, 第1步是核心步骤, 它使得图像发生了改变(图4(h)); 第2步增强了第1步的结果(图4(i)); 第3步(图4(j))是为第2次 C-V 分割做准备的, 所选用的初始轮廓曲线为

$$\varphi'_0(x, y) = 25 \cos(\arctan(y/x) + 2) -$$

$$\sqrt{(x - 100.5)^2 + (y - 100.5)^2} \quad (12)$$

图4中第3行是第2次 C-V 模型分割的全过程。最终, 轮廓曲线在目标1内收敛到目标2(图4(n)), 从目标1中除去目标2可以得到背景2(图4(o))。

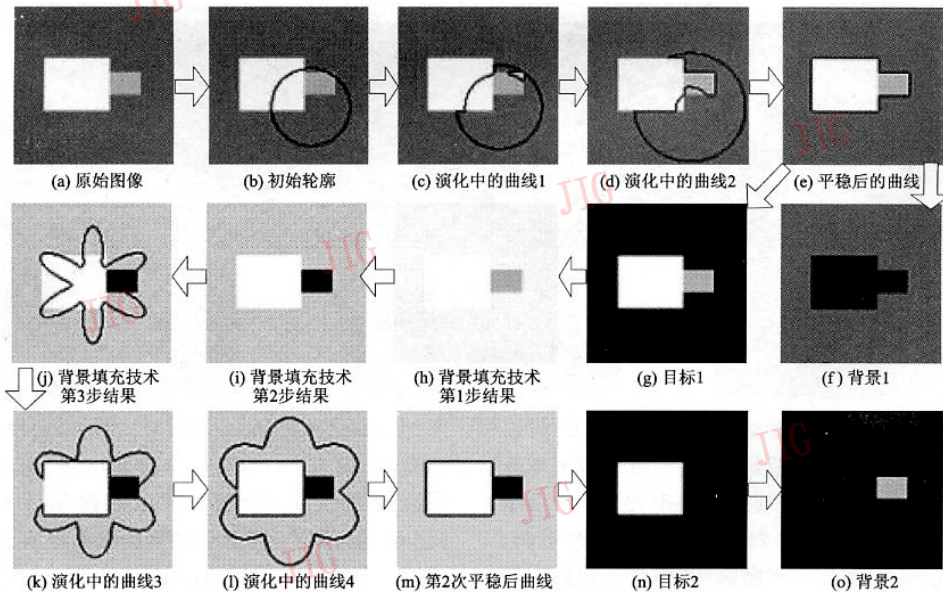


图4 合成图像分割

Fig. 4 Segmentation of a synthetic image

本文算法一个很有针对性的应用领域是医学图像处理。图 5 是对一例脑部神经胶质瘤 (Glioma) MRI 图像 (www. med. harvard. edu/AANLIB/cases/case1/mr1-t14, 大小  $256 \times 256$ ) 双层次分割实例。图 5(a)、(b) 分别是目标第 1 层次分割和第 2 层次分割中轮廓曲线的收敛过程。第 1 层次分割可以得到目标 1 (图 5(c)) 和背景 1 (图 5(d))。可以看出, 目标 1 几乎包含了脑部图像所有有用信息, 背景 1

几乎不包含有价值的信息。然而, 脑部的肿瘤位于目标 1 内部, 第 1 层次分割无法将肿瘤从脑部分离出来。因此, 需要针对目标 1 进行第 2 层次分割。图 5(e)、(f) 分别是第 2 次分割后得到的目标 2 与背景 2。在图 5(e) 中, 神经胶质瘤作为子目标已基本从脑部分割出来, 而背景 2 可以用来显示异常区域在脑部的空间位置。

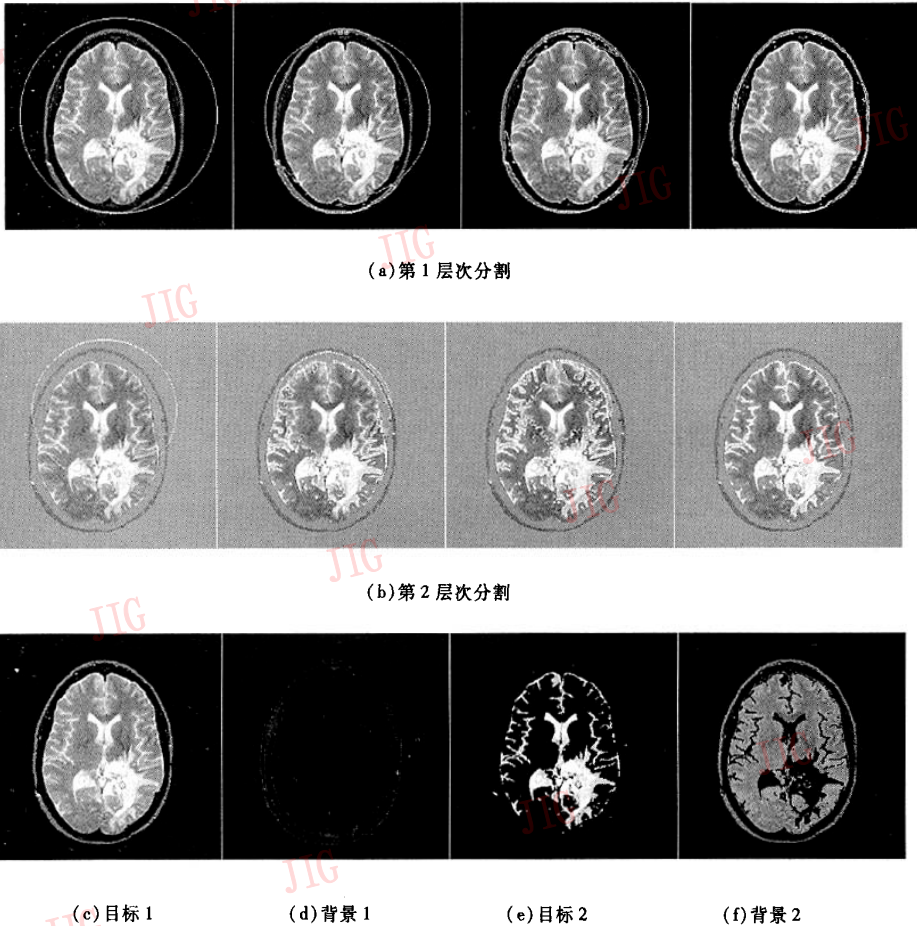
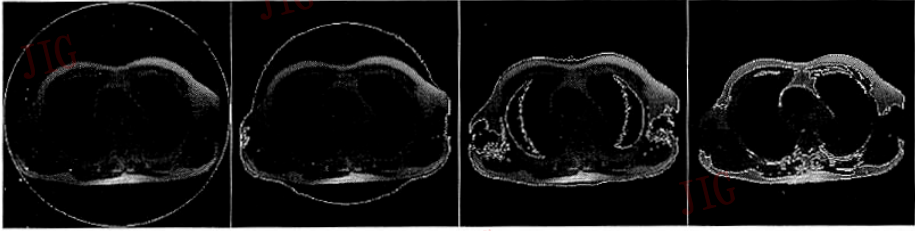


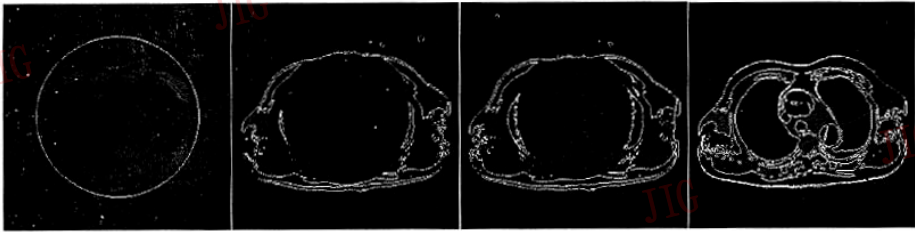
图 5 神经胶质瘤分割  
Fig. 5 Detection of Glioma

本文算法还能够很好地检测目标内部的弱边缘, 并且只要所需分割的目标不均一, 就可以用本算法继续分割下去。图 6 是对胸部 MRI 图像 (南京军区总医院提供, 大小  $256 \times 256$ ) 的三层次分割实例。第 1 层次分割 (图 6(a)) 将脂肪、部分骨骼和肌肉等分离出来, 但是感兴趣的心脏和血管没有分割出来; 第 2 层次分割 (图 6(b)) 将心脏的基本结构分割出

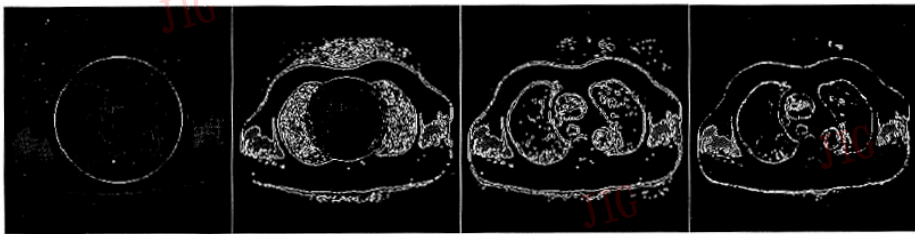
来, 但是心脏内部的一些细节, 如左右心室之间的室间隔 (atrial septa) 没有完全分割出来。心脏内部由弱边缘构成的室间隔, 可以通过第 3 层次分割 (图 6(c)) 得到。图 7 分别是胸部单层次、双层次和三层次分割结果。通过比较可以发现, 本文的多层次分割算法可以按照目标边缘的强弱顺序逐次进行检测。



(a) 第 1 层次分割



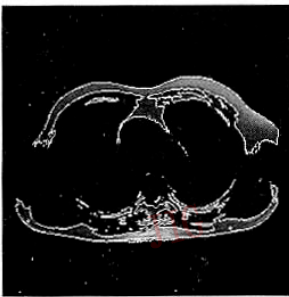
(b) 第 2 层次分割



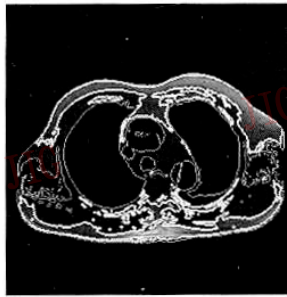
(c) 第 3 层次分割

图 6 胸部 3 层次分割

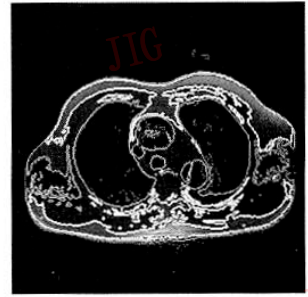
Fig. 6 Three-layer segmentation of the thorax



(a) 胸部单层次分割结果



(b) 胸部双层次分割结果



(c) 胸部三层次分割结果

图 7 心脏室间隔分割

Fig. 7 Detection of the atrial septa inside the heart

## 6 结 论

本文结合 C-V 模型提出了目标多层次分割算

法,其核心是背景填充技术。为此,从该技术的视觉原理出发提出了假设 1(子目标显著假设),然后根据假设提出了该技术具体实现方法,并从理论上(推论 1)证明了该技术能够实现目标层次分割。实

验结果表明,本文算法对合成图像和实际图像都有很好的分割效果,并且具有以下 3 个优点:(1)能够针对目标分割;(2)能够检测目标内部的弱边缘;(3)只要目标不均一,就能继续对目标分割。

### 参考文献 (References)

- 1 Osher S, Sethian J A. Fronts propagating with curvature-dependent speed; algorithms based on Hamilton-Jacobi formulation[J]. *Journal of Computation Physics*, 1988, **79**(1): 12~49.
- 2 Caselles V, Catta F, Coll T, *et al.* A geometric method for active contours[J]. *Numerische Mathematik*, 1993, **66**(1): 1~31.
- 3 Chan T, Vese L. Active contours without edges [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2001, **10**(2): 266~277.
- 4 Malladi R, Sethian J, Vemuri B C. A fast level set based algorithm for topology-independent shape modeling[J]. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 1996, **6**(1): 269~289.
- 5 Rousson M, Deriche R. A variational framework for active and adaptive segmentation of vector valued images[A]. In: *Proceedings of IEEE Workshop on Motion and Video Computing [C]*, Orlando, Florida, USA, 2002; 56~61.
- 6 Mumford D, Shah J. Optimal approximation by piecewise smooth functions and associated variational problems[J]. *Communication on Pure Applied Mathematics*, 1989, **42**(1): 577~685.
- 7 Heinemann E G. Simultaneous brightness induction as a function of inducing and test field luminances [J]. *Journal of Experimental Psychology*, 1955, **50**(2): 89~96.
- 8 Osher S, Fedkiw R. *Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces*[M]. New York: Springer-Verlag, 2003.